1. **Criterio de la 1ª Derivada:** Si $f'(x) > 0$ la función crece; si $f'(x) < 0$ decrece. Los puntos donde $f'(x) = 0$ son puntos críticos (posibles máximos o mínimos).
2. **Criterio de la 2ª Derivada:** Si $f''(x) > 0$ es cóncava hacia arriba (mínimo); si $f''(x) < 0$ es cóncava hacia abajo (máximo). Si $f''(x) = 0$ y cambia de signo, hay un punto de inflexión.
3. **Regla de L'Hôpital:** Se aplica solo en límites de la forma $0/0$ o ∞/∞. Se deriva el numerador y el denominador por separado.
4. **Asínstotas:**
   - **Verticales:** Donde el denominador es cero (y el límite tiende a ∞).
   - **Horizontales:** Límite cuando $x \to \infty$.
   - **Oblicuas:** Tienen la forma $y = mx + b$.

Calcule los siguientes límites utilizando la Regla de L'Hôpital cuando sea necesario.

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x)}{x}$
2. $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x^2-1}$
3. $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1-x}{x^2}$
4. $\lim_{x\to \infty} \frac{\ln(x)}{e^x}$
5. $\lim_{x\to 0^+} (x \cdot \ln x)$
6. $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2}$
7. $\lim_{x\to \infty} (1 + 1/x)^x$
8. $\lim_{x\to \pi/2} \frac{1-\sin(x)}{1+\cos(2x)}$
9. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)-x}{x^3}$
10. $\lim_{x\to 1} \frac{x^a-1}{x^b-1}$

Determine todas las asínstotas (Verticales, Horizontales y Oblicuas) de las siguientes funciones.

11. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$
12. $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$
13. $f(x) = \frac{x^2-3}{x-1}$
14. $f(x) = \frac{2x^3}{x^2+1}$
15. $f(x) = e^{1/x}$
16. $f(x) = \ln(x^2 - 4)$
17. $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x}$
18. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$
19. $f(x) = x + \frac{1}{x}$
20. $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Halle intervalos de crecimiento, puntos críticos, máximos/mínimos, concavidad y puntos de inflexión.

21. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$
22. $f(x) = x^4 - 4x^3$
23. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
24. $f(x) = x \cdot e^{-x}$
25. $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ en $[0, 2\pi]$
26. $f(x) = (x-1)^{2/3}$
27. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$
28. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-4}$
29. $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$
30. Grafique $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ integrando todo el análisis anterior.

Resuelva los siguientes problemas de tasas de cambio en el tiempo (dt).

31. Un globo esférico se infla a razón de 100 cm^3/s. ¿Qué tan rápido aumenta el radio cuando este mide 5 cm?
32. Una escalera de 5m está apoyada en una pared. Si la base se desliza a 2 m/s, ¿a qué velocidad baja el extremo superior cuando está a 3m de altura?
33. El radio de un círculo crece a 3 cm/min. ¿A qué ritmo crece el área cuando el radio es 10 cm?
34. Un hombre de 1.8m camina alejándose de un farol de 6m a una velocidad de 1.5 m/s. ¿A qué ritmo crece su sombra?
35. Un tanque cónico (vértice abajo) de 4m de radio y 10m de alto se llena de agua a 2 m^3/min. ¿A qué ritmo sube el nivel cuando el agua tiene 5m de profundidad?
36. Dos barcos salen del mismo puerto; uno va al norte a 30 km/h y otro al este a 40 km/h. ¿A qué velocidad aumenta la distancia entre ellos tras 2 horas?
37. La resistencia R de un circuito cumple $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$. Si R_1 crece a 1 Ω/s y R_2 a 2 Ω/s, halle el cambio en R cuando $R_1 = 50$ y $R_2 = 100$.
38. Un cubo de hielo se derrite manteniendo su forma a razón de 5 cm^3/min. ¿Qué tan rápido cambia el área superficial cuando el lado mide 10 cm?
39. La presión P y el volumen V de un gas cumplen $PV = c$. Si el volumen aumenta a 10 cm^3/min, ¿cómo cambia la presión cuando $V = 100$ y $P = 20$?
40. Una cámara a ras de suelo filma el despegue de un cohete a 2000m de distancia. Si el cohete sube a 500 m/s, ¿cuál es la velocidad angular de la cámara cuando el cohete está a 2000m de altura?

Encuentre los valores máximos o mínimos solicitados.

41. Encuentre dos números cuya suma sea 100 y cuyo producto sea máximo.
42. Se desea cercar un terreno rectangular de 600 m^2 que limita con un río (no necesita cerca en ese lado). Halle las dimensiones para usar la mínima cantidad de cerca.
43. Un fabricante quiere diseñar una caja abierta con una pieza cuadrada de cartón de 24 cm de lado, cortando cuadrados iguales en las esquinas. Halle el volumen máximo.
44. Encuentre el punto de la recta $y = 2x + 3$ más cercano al origen $(0, 0)$.
45. Diseñe una lata cilíndrica de 1 litro ($1000cm^3$) que minimice la cantidad de material (área superficial).
46. Determine las dimensiones del rectángulo de mayor área inscrito en un semicírculo de radio R.
47. Un granjero tiene 1200m de material para cercar y quiere dividir un campo rectangular en tres corrales adyacentes iguales. ¿Cuál es el área total máxima?
48. Encuentre las dimensiones del cilindro de mayor volumen inscrito en una esfera de radio 10 cm.
49. Una ventana tiene forma de rectángulo coronado por un semicírculo. Si el perímetro total es de 8m, halle las dimensiones para que entre la máxima cantidad de luz.
50. Halle la longitud de la escalera más corta que pueda pasar desde el suelo sobre una valla de 2m de alto hasta una pared que está a 1m de la valla.

51. Analice la continuidad y diferenciabilidad de $f(x) = x^{2/3}$ en $x = 0$.
52. Encuentre los valores de a y b para que $f(x) = ax^3 + bx^2$ tenga un punto de inflexión en $(1, 2)$.
53. Demuestre que $x^2 + \cos(x) = 0$ tiene exactamente dos soluciones reales usando el Teorema de Rolle.
54. Calcule $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin(x)}$.
55. Determine los intervalos de concavidad de $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.
56. Encuentre el máximo absoluto de $f(x) = x - 2\sin(x)$ en $[0, \pi]$.
57. Si $f'(x) = g'(x)$ para toda x, demuestre que $f(x) = g(x) + C$.
58. Use el diferencial para aproximar el valor de $\sqrt{26}$.
59. ¿En qué punto de la curva $y = e^x$ es mínima la curvatura?
60. Resuelva $\lim_{x\to\infty}(x - \ln(x))$.